

Ad-Soyad :

Numara :

MAT 103 Lineer Cebir I A Grubu Kısa Sınav Soruları

04.11.2021

**Not: Birinci sorunun her şıkkı 10 puan, ikinci soru 50 puan ve süre 30 dakikadır. Çözümlerinizi ayrıntılı olarak yazınız. Başarılar dilerim.**

1) Aşağıdaki soruları yanında bulunan parantez içine doğru ise "D", yanlış ise "Y" yazarak cevaplayınız.

- (D) Her iç işlem bir fonksiyondur.
- (Y) Her halkada ikinci işlemin birim elemanı vardır.
- (D) Her grupta birim eleman tektir.
- (Y) Halkanın değişmeli grup olması gerekmez.
- (D) Birim elemanın tersi kendisidir.

2)  $G$  bir grup olmak üzere  $Z(G) = \{a \in G : ax = xa, \forall x \in G\}$  kümesine  $G$  nin merkezi denir.  $Z(G)$  kümesinin,  $G$  nin bir alt grubu olduğunu gösteriniz.

$G$  bir grup  $\Rightarrow$  Birim eleman  $e \in G$  mevcuttur.

$e \in G, \forall x \in G$  için  $ex = xe$  olup  $e \in Z(G)$  dir.  
 $\Rightarrow Z(G) \neq \emptyset$ .

$\forall a, b \in Z(G)$  alalım.  $a, b \in Z(G)$  için  $ab^{-1} \in Z(G)$  olduğunu göstermeliyiz.

$a, b \in Z(G) \Rightarrow ax = xa, bx = xb, \forall x \in G$ .

$x^{-1} \in G$  için de  $bx^{-1} = x^{-1}b$  yazılabilir.

$$\Rightarrow (bx^{-1})^{-1} = (x^{-1}b)^{-1} \Rightarrow (x^{-1})^{-1}b^{-1} = b^{-1}(x^{-1})^{-1}$$

$$\Rightarrow xb^{-1} = b^{-1}x \Rightarrow b^{-1} \in Z(G)$$

$\forall x \in G$  alalım.

$$(ab^{-1})x = a(b^{-1}x) = a(xb^{-1}) = (ax)b^{-1} \\ \xrightarrow{\substack{(G \text{ nin birleş-} \\ \text{me öz.})}} = (xa)b^{-1}$$

$$= x(ab^{-1})$$

$$\Rightarrow ab^{-1} \in Z(G)$$

$\therefore Z(G), G$  nis altgrubdur.